

第一节 前言

在摩尔定律已经失效的今天，基于量子物理的量子信息科技代表着新时代信息技术的发展方向。量子计算与量子模拟是目前量子信息技术核心的研究方向，它最早由费曼于 1981 年提出。当时他已经预见到，量子计算机相比经典计算机，最适合用来模拟量子物理系统的特性。1994 年 Shor 算法证明量子计算机可以高效地破解公共密钥，引发了全世界广泛的关注。从那之后到现在二十多年，量子计算与量子模拟的物理实现技术取得了长足的发展。

在量子计算与量子模拟的物理实现中，离子阱系统一直处于引领的地位。它具有优异的相干性能，基于离子阱的量子比特相干时间已经超过了 10 分钟，可以实现超高保真度 ($>99.9\%$) 的量子逻辑门。基于此系统，人们已经制备了 14 个量子比特的多体纠缠态，并在超过 50 个离子的系统中实现了自旋模型的量子模拟。由于离子阱在量子物理学，特别是量子计算与量子模拟上的重要意义，发明离子阱的 Wolfgang Paul 获得了 1989 年的诺贝尔物理奖，第一次把离子阱技术用于演示量子计算的 David Wineland 获得了 2012 年的诺贝尔物理奖。首次提出基于离子阱量子计算理论方案的 Ignacio Cirac 和 Peter Zoller 也获得了 2013 年 Wolf 物理奖。

在本文中，我们将会简要的介绍离子阱的基本物理原理，对基于离子阱的量子计算与量子模拟的技术现状做一个回顾，并对其未来的发展进行展望。

第二节 离子囚禁与 Paul 型阱

囚禁离子的主要目的是将离子与环境隔离开来，成为一个纯净的量子系统。离子是带电粒子，因此通过电场特别是静电场让离子在其中实现稳定平衡是最为直接的想法。然而稳定平衡点必须是电势场的极小值点，这意味着通过该点的任意切线都是平的，而且他周边的切线都是朝上走的，否则就可以沿切线方向到达值更小的点，换成数学语言就是说电势场在该点处任意方向的二阶偏导小于 0。但由于真空中没有电荷，根据麦克斯韦方程，电势场沿三个方向的二阶偏导之和为 0，这就与我们的要求矛盾。

既然仅凭静电场无法实现三维空间中离子的稳定囚禁，那就必须引入其他形式的场形成动态束缚。这其中包括两种类型的技术方案，一种是 Paul 教授发展起来的利用交变电场的 Paul 型阱，另一种是由 Dehmelt 教授开发的利用磁场的 Penning 型阱。Paul 型阱属于线性阱，其中囚禁的离子一般排成一列，而 Penning 型阱属于环形阱，其中囚禁的离子一般排成一个圆环。他们因为发展离子阱技术而共同分享了 1989 年的诺贝尔物理学奖[1] [2]。其中 Paul 型离子阱的原理示意图见图 1。

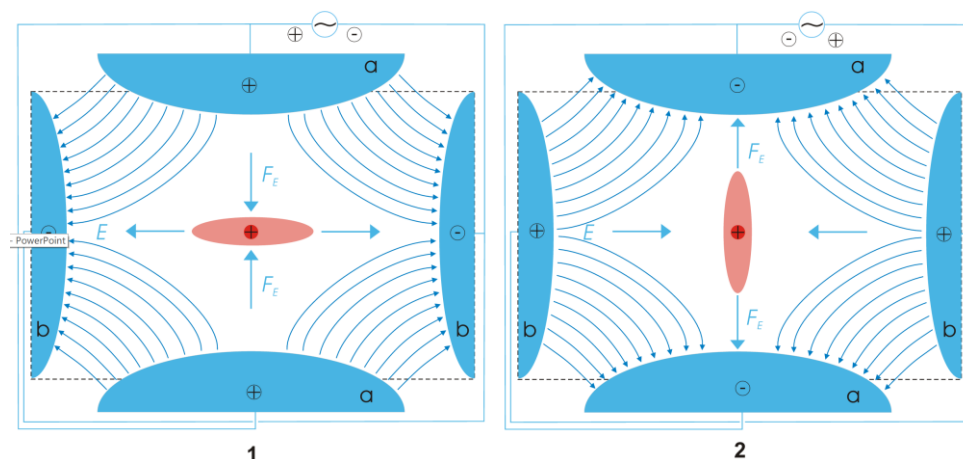


图 1 Paul 型阱原理示意图[3]

目前基于离子阱的量子计算实验中主要使用 Paul 型阱。Paul 阱的基本原理是在一个四级质谱仪的纵向两端加上静电场约束，当纵向约束相比于横向约束较小时，离子将会在其中排成一列，这使得我们可以较为容易地通过激光光束独立寻址照射各个离子。Paul 型阱有许多不同的具体实现方式，其中就包括传统的四杆针尖阱与新型的表面芯片阱，如图 2 所示。其中表面芯片阱采用了模块化和可扩展的架构，可以采用类似于集成电路微纳加工的工艺来制造。他可以近似理解为一个“压扁”的 Paul 型阱，离子链悬浮在阱的上方。其主要优点在于可以囚禁更多的离子，并获得更高的囚禁深度、量子操控速度及量子探测效率。

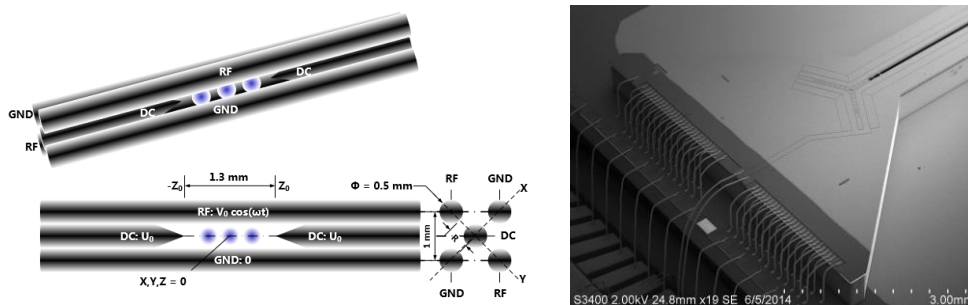


图 2 左：四杆针尖阱示意图 右：高光学孔径表面芯片阱电镜图[4]

为了减少其他粒子对囚禁离子的背景撞击，实验中一般将离子阱放置于超高真空系统中，然后加热原子炉使原子气化后产生原子束射入阱中心附近，再使用电子束或激光光束将原子电离为离子。通过控制原子喷射速率以及电离强度，人们可以精确地实现单个到成千上万个离子的稳定囚禁。

第三节 囚禁离子的相干控制

囚禁离子的量子相干操控主要奠基人之一是 2012 年诺贝尔物理学奖得主 David Wineland，他因为在研究测量和操控单个量子系统的突破性实验方法方面的卓越贡献而与 Serge Haroche 共同获得了 2012 年诺贝尔物理学奖[5]。

热的原子在电离成为囚禁离子后处于一个经典热态，在阱中的振动很剧烈，有时甚至会逃逸出来，因此需要先将它冷却下来。最常用的方法是基于多普勒效应的激光冷却[6]。激光光束起到一个类似于摩擦力的效果，离子的动能将逐渐降低从而被慢慢冷却下来，直至进入所谓的 Lamb-Dicke 区域，此时离子的波函数展宽远小于激光波长。当离子被冷却到自发辐射光子的反冲冲量扰动不可忽略直至与冷却速率平衡时，就达到了多普勒冷却的极限温度，它主要由离子激发态的寿命决定。

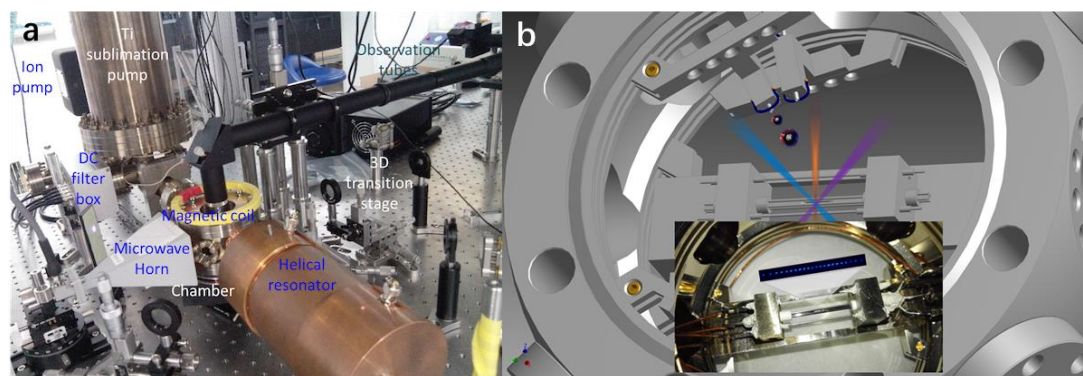


图3 (a) 作者搭建的离子阱实验系统 (b) 离子阱内部结构以及电离、囚禁、冷却过程。下方实物图中显示出22个离子组成的线性离子晶体

当离子冷却下来进入“量子”区域后，我们就可以开始考虑离子量子比特的“初始化”与“读取”，一般通过光泵浦技术来实现。我们会选取三个能级，两个寿命较长的作为量子比特能级，一个寿命很短的作为激发态能级。并且在选取时根据选择定则，保证激发态能级自发辐射后只会落到第一个能级上。然后用频率等于激发态与第二个能级频率差的窄线宽激光照射离子，几微秒后离子就会以百分之百的概率被制备到第一个能级上，从而实现离子量子比特的“初始化”。“读取”方法与之类似，只是在选取激发态能级时换一下，保证自发辐射后只会落到第二个能级上。假如离子开始处于第二个能级，那么在激光照射过程中，离子的量子态会来回振荡中并放出大量的自发辐射光子，而通过收集并统计光子数目就可以测量出离子一开始处于第二个能级的概率。通过不断的努力，人们对离子量子比特“初始化”与“读取”的保真度都已经近乎完美。

具备了“初始化”与“读取”的能力后，谈论“控制”才开始变得有意义。对于量子比特能级差位于微波频段（比如超精细分裂）的情形，人们通过施加可调相位的谐振微波直接实现拉比振荡，以及泡利门等任意的单量子比特酉门，此时称它为微波量子比特。对于能级差位于光学频段的情形，人们借助声光或电光调制器，通过控制调制微波的频率、相位，实现对窄线宽激光的频率、相位控制，此时称它为光学量子比特。

而实现多离子量子比特相干操控则需要用到离子之间的长程库仑相互作用，这也是离子阱最具特色的部分。具体实现方案与离子量子计算直接相关，因此将放在下一节介绍。这些方案如果要求实现较高的保真度，一般都要求将离子进一步地冷却直至接近振动基态。实现基态冷却的最常用方案是边带冷却，他通过红边带实现离子振动量子态

的声子湮灭算符操作，从而将离子的振动量子态从热态一直冷却到量子基态，如图 4 所示。

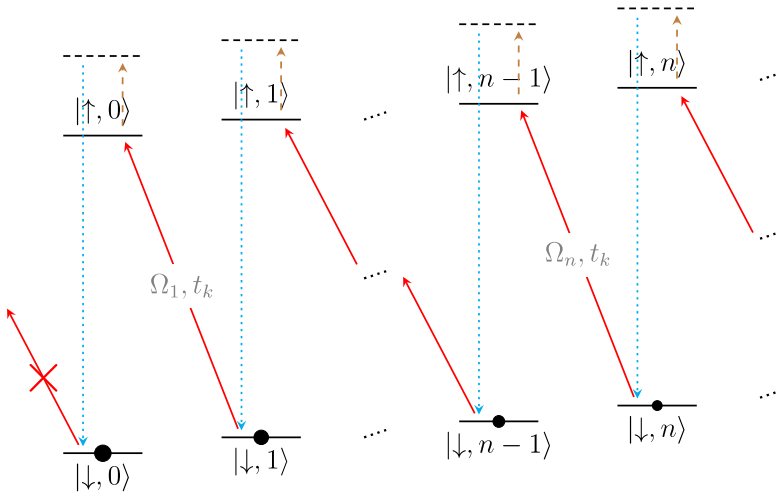


图 4 基于红边带声子操作的边带冷却原理示意图

除了边带冷却之外，其他的基态冷却方案还包括电致透明冷却、协同冷却、Sisyphus 冷却等。

第四节 离子量子计算

Cirac 和 Zoller 在 1995 年首次提出了基于囚禁离子的通用量子计算方案 [7]，这也是所有系统中第一个切实可行的通用量子计算方案。其基本思想是通过振动声子作为数据总线在离子之间传递信息，这里的声子态是指离子共同拥有的某个简正振动模式所对应的谐振子量子态。在此之后，人们还相继提出了 Mølmer-Sørensen 方案[8]、Milburn 方案[9]以及 Zhu-Monroe-Duan 方案[10]等新方案，进一步优化与发展了离子量子计算理论。

4.1 理论方案

Cirac-Zoller 方案将一串离子囚禁在线性离子阱中，限制它们沿对称轴作一维运动，离子将在阱势场驱动下作集体振荡。当它们被激光冷却到振动基态后，通过对不同的离子施加独立的激光束，将离子的自旋量子态分别与振动声子态耦合，从而对线性囚禁离子晶体中的任意一对离子实现两比特受控非门。其具体过程包括构造两比特受控 Z 门与单比特旋转变换两个步骤，其中还巧妙地利用了自旋旋量旋转 360 度后反号的性质。受控非门与之前提到过的单离子任意西门一起构成了一组通用量子逻辑门，从理论上保证了囚禁离子系统可以实现任意量子操作，从而可以用于构造通用量子计算机。

但是该方案有个问题，就是对于初始声子态与环境热噪声完全没有容错能力，因此 Mølmer 和 Sørensen 于 1999 年提出另一种策略来构建受控非门。他们使用正负失谐的

激光同时照射两个离子，失谐量略小于声子频率。在此过程中一系列的红蓝边带虚能级将产生无数条 Raman 跃迁路径，这些路径干涉后恰好可以实现强度、相位与初始声子态和环境热噪声几乎无关的两比特纠缠操作。只要控制激光开启时间为半个 Raman 跃迁周期，再插入一系列单比特操作就可以实现出两比特受控非门。该方案的纠缠操作中所施加的激光对两个离子完全相同，从而允许人们通过更简单的一束光同时作用于所有离子上实现多比特量子纠缠。另一个不要求完全基态冷却的方案是几乎与他同时发表的 Milburn 方案，他主要通过绝热过程来实现多离子量子计算。

以上这些方案仍然有个共同问题，就是都要求激光只与某个特定振动模式耦合，因此必须使用频谱间隔较大的纵向声子模式（线性离子晶体对称轴方向）。然而纵向声子模式的频率很低，对环境热噪声较为敏感，而且离子不等间距导致不同位置处离子的振动幅度略有不同，这些都会影响方案的速度以及对于多离子的可扩展性。因此 S.-L. Zhu、C. Monroe 与 L.-M. Duan 等人提出使用能量较高且对所有离子完全对称的所有横向声子模式一起来传递相互作用。激光与所有横向声子模式总的相互作用非常复杂，但如果令待操控离子对之外的激光强度为 0，最终演化算符表达式中将只剩下三项，而我们还拥有激光频率、开启时长、两个离子处分别的激光强度共四个自由度。注意到这一点后，他们通过数值方法求解出合适的控制参数，能恰好实现另一个两比特通用量子门：两比特四分之一条件相位门（CPF）。在此基础上他们还设计出通过激光分段脉冲实现任意速度量子门的方案[11]，并成功应用在囚禁离子之间的可调节自旋-自旋耦合[12]，以及可编程的五离子量子比特之间的高保真度量子纠缠门[13]等工作中。

4.2 实验成果

在实验中，离子阱也表现出出色的可调节性和可扩展性。早在 2011 年，奥地利因斯布鲁克大学 R. Blatt 实验组就基于 Mølmer-Sørensen 方案实现了 14 个离子量子比特的 Greenberger-Horne-Zeilinger 纠缠态的创建[14]。

完成一个具有实用意义的量子计算过程往往需要几万个甚至是上亿个量子逻辑门操作，为了实现实际应用可接受的量子门操作，提高基本操作保真度，延长相干时间都是非常重要的。

2016 年，英国牛津大学 D. M. Lucas 实验组使用在室温离子阱中钙 43 离子的超精细结构作为量子比特，实现了保真度分别为 99.9% 的两量子比特门和 99.9934% 的单量子比特门，显著高于容错量子计算所需的 99% 最小阈值[15]。同一年里，美国马里兰大学 C. Monroe 实验组展示了一个五量子比特囚禁离子量子计算机，该计算机可以通过执行任意通用量子逻辑门序列来实现任意的量子算法[16]。他们将算法编译成完全连接的一组硬件门操作，达到了 98% 的平均保真度，并在此基础上实现了 Deutsch-Jozsa 和 Bernstein-Vazirani 算法，以及大数分解 Shor 算法的核心步骤量子傅里叶变换。

2017 年，清华大学 K. Kim 实验组通过 Ba 138 离子协同冷却 Yb 171 离子，并应用几千个动态解耦脉冲来抑制磁场波动和来自系统谐振的相位噪声带来的环境噪声，成功地观测到相干时间超过 10 分钟的单个量子比特[17]。单囚禁离子量子比特的长时间量子存储将是可扩展量子计算机，量子网络和量子货币的基本组成部分。

第五节 囚禁离子量子仿真

二十世纪八十年代早期，理查德·费曼提出利用实验室中相互作用可调的受控量子系统来模拟真实的多体量子物理系统，用来研究高温超导等复杂的量子物理现象。在研究多体物理时，物理学家抽象出了基于格点自旋系统的物理模型。它不仅可以用来描述物质磁性和相变现象，而且可以作为连续空间物理高频截断后的近似模型。除了少数几个精确可解的模型，大多数格点自旋系统需要借助数值方法来求解。然而，随着格点数目的增加，系统的希尔伯特空间维度指数增加，这一事实使得经典计算机无法高效地处理大规模格点自旋系统的动力学问题，费曼所预言的量子模拟器在这个问题上将会发挥重要的作用。

囚禁离子系统是人们用来模拟格点自旋模型的量子模拟器的主要实现平台。通常每一个囚禁离子代表一个格点自旋，通过离子与激光的相互作用来调节自旋间耦合的形式和强度。

5.1 理论方案

德国马克思·普朗克研究所的 D. Porras 和 J. I. Cirac[18]于 2004 年首次提出可以利用激光与离子的相互作用在囚禁离子系统中实现有效的量子自旋模型的哈密顿量，进而通过改变哈密顿量的相互作用强度来模拟量子相变。通过恰当地设置在某一空间方向上对着打的大失谐拉曼激光的强度和偏振，可以令离子受到与自旋态相关的光偶极力的作用。如果令所有离子在三个空间方向上均收到同样的大失谐拉曼激光的驱动，系统的有效哈密顿量具有长程 XYZ 自旋间的相互作用形式。

在格点自旋模型中，格点的维度对系统的物理特性也具有非常重要的影响。美国马里兰大学的 C. Monroe 研究组[19]于 2012 年提出通过巧妙地调节多模激光场的频率、强度和相位，可以在线型离子阱中产生任意维度格点系统的 Ising 模型哈密顿量。

5.2 实验成果

近十年来，在利用离子量子模拟器模拟格点自旋系统的实验方向也取得了丰硕的成果。

德国马克思·普朗克研究所的 A. Friedenauer 等人[20]于 2008 年首次在包含两个囚禁离子的量子模拟器上实现了横场 Ising 模型哈密顿量，并通过调节参数观测到由顺磁态向铁磁态的转变。随后，C. Monroe 研究组[21]于 2010 年在包含三个离子的量子模拟器

上实现了横场 Ising 模型，并通过调节激光失谐研究了阻挫网络对系统量子行为的影响。

相变在自然界中普遍存在，是物理学家最为关心的物质变化现象之一。量子相变是经典相变的量子对应，理论上只发生在热力学极限条件下。为了在离子量子模拟器中观测和研究量子相变，人们致力于提高离子量子模拟器中包含的离子数目。2011 年，Monroe 研究组[22]首先实现了包含 9 个离子的量子模拟器，并且观测到随着离子数目的增加，从顺磁态到铁磁态的转变越来越陡峭，初步显示出量子相变的特征。随后，通过连续调节长程相互作用的范围，该研究组在包含 16 个囚禁离子的量子模拟器中研究了阻挫反铁磁相互作用对量子行为的影响[23]。最近，该研究组成功地搭建了包含 53 个囚禁离子的量子模拟器[24]，并研究了具有长程相互作用的横场 Ising 模型的非平衡动力学，观测到动力学相变现象。

与经典模拟类似，量子模拟也可大致分为连续和数值两大类。在连续量子模拟实验中，人们在量子模拟器中产生目标哈密顿量，并按照预设方案连续地调节参数，实时地模拟待研究的量子过程。上述对格点自旋模型的量子模拟均属于连续量子模拟范畴。另一方面，人们也可以将待研究的量子过程通过 Suzuki-Trotter 展开分解为固定步长的基本操作，通过在几种基本操作间高速切换来实现目标过程。这样一种方式被称为数值量子模拟。

2011 年，奥地利 Innsbruck 大学的 R. Blatt 研究组以数值的方式实现了包含 5 个离子的量子开系统模拟器[25]，其中时间演化被分解为一系列相干和耗散过程。随后，该研究组利用量子开系统模拟器研究了量子多体系统的非平衡演化[26]，并观测到动力学相变的某些特性。2016 年，该研究组将基于囚禁离子的数值量子仿真器的应用推广到格点规范理论[27]，用包含 4 个囚禁离子的系统模拟了 (1+1) 维的 Schwinger 模型，该模型描述费米物质和规范波色子之间的相互作用。在今年的一篇理论文章中[28]，该研究组再次详尽分析了该方案的性能和应用前景。

第六节 离子量子计算的规模化与扩展

虽然囚禁离子系统已经达到了量子计算的各项基本要求，但要将此系统扩展到包含大量离子，足以解决经典计算机做不了的大规模计算问题，我们还面临着理论和技术上的许多困难。对于囚禁离子量子计算平台的大型化和集成化，人们提出了许多理论上的架构模型。这些模型的共性是将大规模计算平台划分为许多包含少数离子的基本模块。根据模块间链接的性质，即决定性和几率性的链接，可以将这些模型分为两大类。其中，决定性链接模式的典型架构是量子电荷耦合器件架构[29]，而几率性链接模式的典型架构是光子映射架构[30]。下面我们将分别介绍这两种典型架构。

6.1 量子电荷耦合器件架构

量子电荷耦合器件架构[29]由大量相互连通的小型离子阱组成。通过改变小型离子阱的操作电压，我们可以在每个离子阱中束缚少数离子，或者令某个离子在阱间移动。被

束缚在任何一个离子阱中的离子都可以按照现有单个离子阱的技术进行操作，同时离子的阱间移动将这些小型 离子阱链接成一个大规模的量子网络。

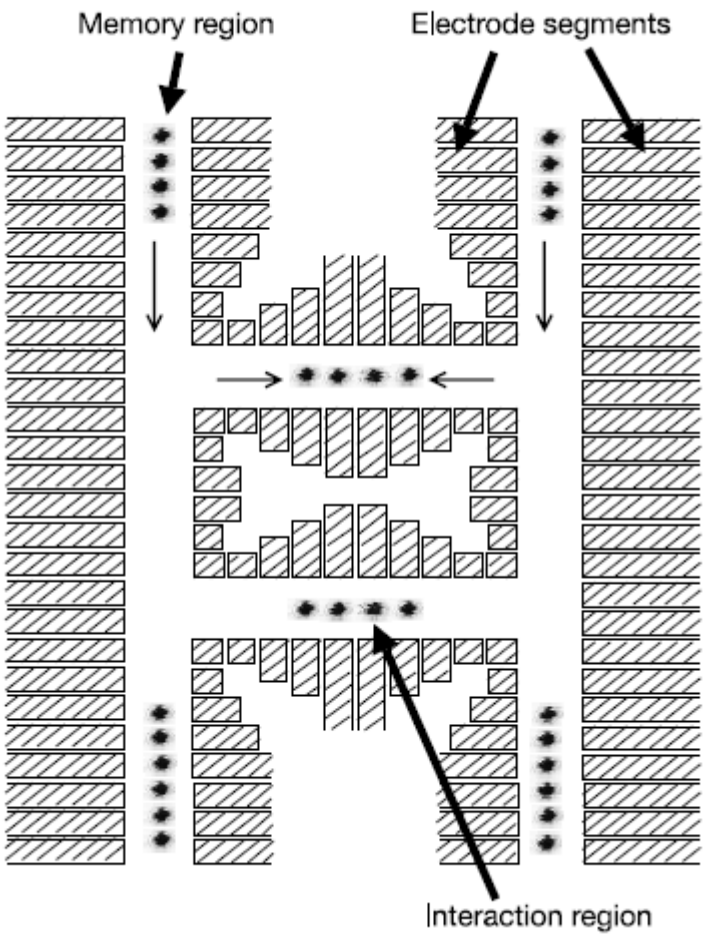


图 5 量子电荷耦合器件架构概念图。图片来自文献[29]。

在这一架构中，组成量子网络的小型离子阱被分为记忆区和操作区。携带量子信息的离子被贮藏在记忆区。当进行逻辑操作时，相关离子首先被移动到操作区，进行逻辑操作后再回记忆区。

美国国家标准与技术研究所的 D. Wineland 研究组[31]于 2014 年实现了初步具备量子电荷耦合器件架构的最小模型，即在被分别束缚在两个独立的势阱中的囚禁离子之间产生可调的自旋——自旋相互作用。将来，这一基本模块有可能可以通过微加工技术扩展成为二维量子网络，从而构建基于囚禁离子的大规模量子计算平台。

6.2 基于光子映射的量子网络

构建基于囚禁离子的大型量子网络的另一种可能途径是通过概率性的离子——光子映射[30]来链接各个小型分布式离子阱，即通过以光子为媒介的相互作用来远距离耦合囚禁在不同离子阱中的离子。具体而言，在两个离子都处在激发态，有可能放出光子的情况下，测得一个光子而不区分其来自哪个离子，这种测量会将两个离子投影到量子

纠缠态。在这种情况下，光子损失只影响成功率，而不降低纠缠保真度。然而，我们知道，概率性量子门通常无法进行大规模量子计算。为了解决这一问题，我们必须通过概率性的远距离纠缠源和确定性的局域量子门来构造确定性的远距离量子门。在此方案中，量子网络由一系列独立的小型离子阱组成，每个离子阱中囚禁超过两个离子，其中一个离子作为辅助离子用以产生远距离纠缠。在这样的设置下，概率性的远距离纠缠过程可以与整个量子网络分离，即纠缠失败不破坏量子网络当前的状态。关于利用光学光子作为信息载体构建纠缠量子网络的理论和实验方面的进展可以参见 L.-M. Duan 和 C. Monroe 的综述文章[32]。

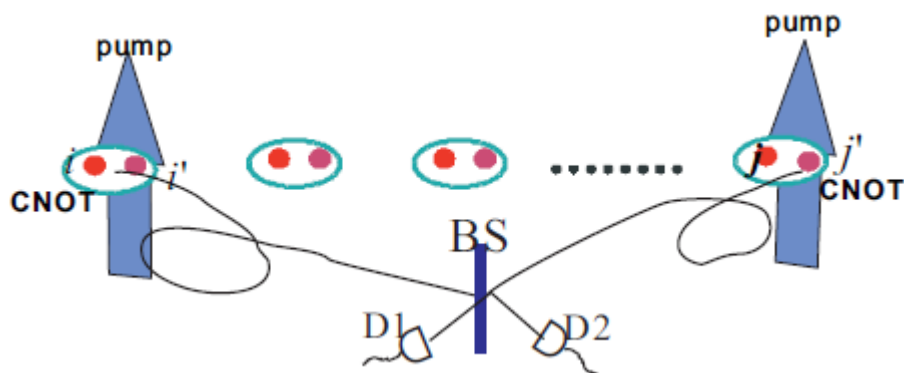


图 6 基于概率性光子映射的量子网络概念图。图片来自文献[30]。

C. Monroe 和合作者们在 2014 年的一篇文章[33]中详细地分析了模块化通用可扩展囚禁离子量子计算机架构的可行性，指出该架构的基本模块涉及的技术均已被实验实现。而且，这一可重构的架构可以通过多种容错方案实现容错量子计算。

实验方面，C. Monroe 的研究组[34]在 2004 年成功地观测到单个囚禁离子和单个光子的纠缠，实现了“静止”和“飞行”量子比特之间的态映射，是通向分布式量子计算和“量子互联网”的基础。该研究组于 2007 年再次成功地通过光子测量在相距 1 米的两个单独的囚禁离子量子比特之间产生并观测到量子纠缠[35]。2014 年，该研究组演示了通过辅助量子总线来传播量子纠缠的模块化量子网络构建方法的最小模型[36]。在这项工作中，三个离子被分别束缚在两个独立的离子阱中，每个离子阱即量子网络的一个模块。同一模块内纠缠通过声子媒介的近场相互作用产生，而不同模块间的远距离纠缠通过光子媒介的概率性相互作用产生。

第七节 总结与展望

囚禁离子系统是最有希望实现通用量子计算机和大型量子模拟器的物理平台之一，它既可以作为一个独立的多比特量子计算机节点完成大部分量子计算、量子存储等任务，也可以借助离子-光子接口实现多个可扩展节点间的长程量子纠缠与量子网络通信。实际上离子阱几乎是唯一同时满足全部“DiVincenzo”判据的系统，而“DiVincenzo”判据描述了实现量子计算机所必须满足的条件。

经过数十年的发展，基于囚禁离子系统的量子计算和量子模拟在理论和实验上均有巨大进展。其中单个量子模拟器中可相干操作的量子比特数达到 53 个，已经能够初步揭示无法通过经典方法计算的量子特性和动力学行为。通过开发芯片离子阱等新型囚禁技术，囚禁离子系统还可以与其他类型的量子计算平台如超导量子电路系统相结合，发挥各自的优势，实现更为强大的混合型量子计算平台。有关大规模量子网络架构的理论也日趋完善，相应的基本模块和最小模型正在实验室中建成和测试。与此同时，人们仍然致力于在理论和实验技术两方面提高系统的各项量子指标，比如量子逻辑门操作的速度和量子计算的保真度以及容错性等等。相信在不远的将来，在基于囚禁离子系统的量子模拟和量子计算领域有望出现能够展示量子优越性的大规模通用量子计算平台和量子仿真器。

- [1] W. Paul, *Reviews of Modern Physics* **62**, 531 (1990).
- [2] W. Paul, Nobel Lecture (1989).
- [3] https://en.wikipedia.org/wiki/Quadrupole_ion_trap.
- [4] S. N. Laboratories, U. S. D. o. Energy, U. S. O. o. t. D. o. N. Intelligence, U. S. D. o. E. O. o. Scientific, and T. Information, *High Optical Access Trap 2.0* (United States. Department of Energy., 2016).
- [5] D. J. Wineland, *Reviews of Modern Physics* **85**, 1103 (2013).
- [6] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, and D. Wineland, *Reviews of Modern Physics* **75**, 281 (2003).
- [7] J. I. Cirac and P. Zoller, *Physical Review Letters* **74**, 4091 (1995).
- [8] A. Sørensen and K. Mølmer, *Physical Review Letters* **82**, 1971 (1999).
- [9] G. J. Milburn, S. Schneider, and D. F. V. James, *Fortschritte der Physik* **48**, 801 (2000).
- [10] S.-L. Zhu, C. Monroe, and L. M. Duan, *Physical Review Letters* **97**, 050505 (2006).
- [11] Z. Shi-Liang, C. Monroe, and L. M. Duan, *EPL (Europhysics Letters)* **73**, 485 (2006).
- [12] K. Kim, M. S. Chang, R. Islam, S. Korenblit, L. M. Duan, and C. Monroe, *Physical Review Letters* **103**, 120502 (2009).
- [13] T. Choi, S. Debnath, T. A. Manning, C. Figgatt, Z. X. Gong, L. M. Duan, and C. Monroe, *Physical Review Letters* **112**, 190502 (2014).
- [14] T. Monz *et al.*, *Physical Review Letters* **106**, 130506 (2011).
- [15] C. J. Ballance, T. P. Harty, N. M. Linke, M. A. Sepiol, and D. M. Lucas, *Physical Review Letters* **117**, 060504 (2016).
- [16] S. Debnath, N. M. Linke, C. Figgatt, K. A. Landsman, K. Wright, and C. Monroe, *Nature* **536**, 63 (2016).
- [17] Y. Wang, M. Um, J. Zhang, S. An, M. Lyu, J.-N. Zhang, L. M. Duan, D. Yum, and K. Kim, *Nature Photonics* **11**, 646 (2017).
- [18] D. Porras and J. I. Cirac, *Physical Review Letters* **92**, 207901 (2004).
- [19] S. Korenblit *et al.*, *New Journal of Physics* **14**, 095024 (2012).
- [20] A. Friedenauer, H. Schmitz, J. T. Glueckert, D. Porras, and T. Schaetz, *Nature Physics* **4**, 757 (2008).
- [21] K. Kim, M. S. Chang, S. Korenblit, R. Islam, E. E. Edwards, J. K. Freericks, G. D. Lin, L. M. Duan, and C. Monroe, *Nature* **465**, 590 (2010).
- [22] R. Islam *et al.*, *Nature Communications* **2**, 377 (2011).

- [23] R. Islam *et al.*, Science **340**, 583 (2013).
- [24] J. Zhang, G. Pagano, P. W. Hess, A. Kyprianidis, P. Becker, H. Kaplan, A. V. Gorshkov, Z. X. Gong, and C. Monroe, Nature **551**, 601 (2017).
- [25] J. T. Barreiro *et al.*, Nature **470**, 486 (2011).
- [26] P. Schindler *et al.*, Nature Physics **9**, 361 (2013).
- [27] E. A. Martinez *et al.*, Nature **534**, 516 (2016).
- [28] M. Christine *et al.*, New Journal of Physics **19**, 103020 (2017).
- [29] D. Kielpinski, C. Monroe, and D. J. Wineland, Nature **417**, 709 (2002).
- [30] L. M. Duan, B. B. Blinov, D. L. Moehring, and C. Monroe, Quantum Information & Computation **4**, 165 (2004).
- [31] A. C. Wilson, Y. Colombe, K. R. Brown, E. Knill, D. Leibfried, and D. J. Wineland, Nature **512**, 57 (2014).
- [32] L. M. Duan and C. Monroe, Reviews of Modern Physics **82**, 1209 (2010).
- [33] C. Monroe, R. Raussendorf, A. Ruthven, K. R. Brown, P. Maunz, L. M. Duan, and J. Kim, Physical Review A **89**, 022317 (2014).
- [34] B. B. Blinov, D. L. Moehring, L. M. Duan, and C. Monroe, Nature **428**, 153 (2004).
- [35] D. L. Moehring, P. Maunz, S. Olmschenk, K. C. Younge, D. N. Matsukevich, L. M. Duan, and C. Monroe, Nature **449**, 68 (2007).
- [36] D. Hucul, I. V. Inlek, G. Vittorini, C. Crocker, S. Debnath, S. M. Clark, and C. Monroe, Nature Physics **11**, 37 (2014).